Preuve

- Par définition, la fonction exponentielle $\exp(x) = e^x$ est l'unique fonction $f(x)$ dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad f^{'}(x) = f(x)$$
$$f(0) = 1$$

de telle sorte que l'égalité $(e^x)^{'} = e^x$ résulte de la définition de la fonction exponentielle.

- On a $e^{ax+b} = \exp(ax+b)$ et sachant que $(g(ax+b))^{'} = a \times g^{'}(ax+b)$ pour toute fonction g dérivable en $ax+b$, on obtient

$$\begin{aligned}
\left(e^{ax+b}\right)^{'} &= (\exp(ax+b))^{'} \\
&= a \times \exp^{'}(ax+b) \\
&= a \times \exp(ax+b) \\
&= ae^{ax+b}
\end{aligned}$$